

НА ДОМ НЕ ВЫДАЕТСЯ

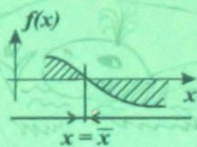
21-4274
Зцзг.

БИОФИЗИКА
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ БИОЛОГИЯ

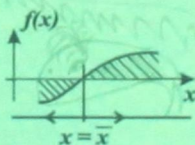
Т. Ю. Плюснина, П. В. Фурсова, А. Н. Дьяконова
Л. Д. Тёрлова, Г. Ю. Ризниченко

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В БИОЛОГИИ

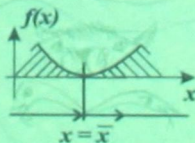
21-04274



а



б



в



R&C
Dynamics

Т. Ю. Плюснина, П. В. Фурсова, А. Н. Дьяконова,
Л. Д. Тёрлова, Г. Ю. Ризниченко

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В БИОЛОГИИ

Издание третье, дополненное



Москва ♦ Ижевск

2021

УДК 51-76:573

ББК (В)22.1:(Е)28.071я73

М34

Рецензенты:

профессор биологического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова, доктор физико-математических наук Андрей Борисович Рубин;
зав. отделом моделирования нелинейных процессов Института прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, доктор физико-математических наук Георгий Геннадьевич Малинецкий.

Плюснина Т. Ю. и др.

Математические модели в биологии: учебное пособие / Т. Ю. Плюснина, П. В. Фурсова, А. Н. Дьяконова, Л. Д. Тёрлова, Г. Ю. Ризниченко. — М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2021. — 174 с.

Учебное пособие по курсу «Математические модели в биологии» написано на основании многолетнего опыта ведения семинаров и компьютерного практикума для студентов второго курса биологического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова. Материал представлен в форме семинаров, в которых излагаются теоретические положения и методы решения задач с подробным разбором примеров. Предлагаются задачи, которые могут быть использованы как для домашних заданий, так и для контрольных работ. Среди основных тем семинаров можно выделить анализ базовых моделей роста популяций и взаимодействия видов, триггерных и колебательных биологических процессов. Большое внимание уделено построению фазовых и кинетических портретов систем.

Пособие предназначено для преподавателей курса математического моделирования в биологии, а также студентов и аспирантов биологических специальностей, изучающих курс математического моделирования. Пособие также может быть использовано при преподавании курса математических моделей в экологии.

Пособие рекомендовано к опубликованию решением Ученого и Учебно-методического советов биологического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

© Т. Ю. Плюснина, П. В. Фурсова, А. Н. Дьяконова,
Л. Д. Тёрлова, Г. Ю. Ризниченко, 2021

ISBN 978-5-4344-0922-3

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	5
Семинар 1. Дифференциальное уравнение первого порядка	7
Фазовое пространство. Стационарное состояние.....	8
Исследование устойчивости стационарного состояния методом Ляпунова.....	9
Графический метод определения устойчивости стационарного состояния.....	13
Задачи к семинару 1.....	16
Семинар 2. Модели роста популяций	19
Непрерывная модель экспоненциального роста в неограниченной среде.....	19
Модель логистического роста.....	21
Модель популяции с нижней границей критической численности.....	25
Задачи к семинару 2.....	31
Семинар 3. Дискретное уравнение первого порядка	34
Устойчивость положения равновесия.....	36
Дискретное логистическое уравнение.....	38
Лестница Ламерея.....	41
Задачи к семинару 3.....	43
Семинар 4. Система двух автономных обыкновенных линейных дифференциальных уравнений	45
Линеаризация системы обыкновенных дифференциальных уравнений.....	46
Характеристическое уравнение.....	48
Типы особых точек и бифуркационная диаграмма.....	49
Метод изоклин.....	51
Уравнения сепаратрис.....	53
Задачи к семинару 4.....	68

Семинар 5. Модели, описываемые системами двух автономных дифференциальных уравнений	70
Модель Лотки	71
Модель Вольтерры	74
Задачи к семинару 5	78
Семинар 6. Мультистационарные системы	80
Модель конкуренции видов.....	80
Генетический триггер Жакоба и Моно.....	86
Задачи к семинару 6	94
Семинар 7. Иерархия времен в биологических системах	96
Теорема Тихонова	98
Пример модели с быстрыми и медленными переменными. Уравнение Михаэлиса–Ментен.....	99
Задачи к семинару 7	108
Семинар 8. Предельные циклы	111
Рождение предельного цикла. Бифуркация Андрона–Хопфа.....	112
Мягкое возбуждение автоколебаний	113
Жесткое возбуждение автоколебаний	115
Задачи к семинару 8	125
Семинар 9. Линейная система двух уравнений «реакция-диффузия»	128
Неустойчивость Тьюринга.....	132
Понятия активатора и ингибитора	132
Соотношение коэффициентов диффузии, при котором возникают диссипативные структуры	134
Задачи к семинару 9	137
Семинар 10. Стехиометрические модели	139
Стехиометрические (потокосые) модели	140
Задача линейного программирования	143
Задачи к семинару 10	147
Приложение	149
Список литературы	170